

Vecteurs. Colinéarité

ACTIVITÉS

(page 167)

Activité 1

2 a) En C3 on obtient 0.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

b) On peut prendre pour coordonnées de D : (5 ; 3) ; (-1 ; 0) ; (7 ; 4) ; etc.

Chaque fois, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

3 $XY' - X'Y = 0$.

Activité 2

1 b) $\vec{u}(5; 0)$ et $\vec{v}(1; 3)$.

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires.

2 b) $\overrightarrow{AD} = a\vec{u} + b\vec{v}$.

Pour $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{4}{3}$: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

3 « \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont des vecteurs non colinéaires. Pour tout point M, il existe un couple unique de nombres (a ; b) tels que $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ ».

PROBLÈME OUVERT

Dans le repère (A ; \overrightarrow{AJ} , \overrightarrow{AI}) :

J(1 ; 0), I(0 ; 1), B(4 ; 0), D(0 ; 3), C(4 ; 3) et K(4 ; $\frac{3}{2}$).

La droite (LK) a pour coefficient directeur $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{1}{-1} = -1$,

donc (LK) a une équation de la forme $y = -x + p$.

Or $K \in (LK)$;

donc $\frac{3}{2} = -4 + p$, soit $p = \frac{11}{2}$,

d'où : $y = -x + \frac{11}{2}$.

Or L a pour ordonnée 3, donc son abscisse est telle que $3 = -x + \frac{11}{2}$ soit $x = \frac{5}{2}$, et L a pour coordonnées $(\frac{5}{2}; 3)$.

La droite (IK) a pour équation $y = \frac{1}{8}x + 1$ et (JL) a pour équation $y = 2x - 2$.

L'intersection de ces deux droites est $M(\frac{8}{5}; \frac{6}{5})$.

De plus, la droite (AC) a pour équation $y = \frac{3}{4}x$, et $M \in (AC)$.

Donc les trois droites sont concourantes.

1 1. $\overrightarrow{AB}(2; 5)$ et $\overrightarrow{AM}(x+2; 1)$.
«A, M, B alignés» équivaut à $2 - 5(x+2) = 0$ soit $x = -\frac{8}{5}$.

2. $\overrightarrow{CM}\left(-\frac{8}{5}-2; 0-(-3)\right)$ soit $\overrightarrow{CM}\left(-\frac{18}{5}; 3\right)$; $\overrightarrow{BD}(6; -5)$.

On a $\overrightarrow{BD} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{CM}$, donc les droites (BD) et (CM) sont parallèles.

2 «M ∈ (AB)» équivaut à « \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} colinéaires».
 $\overrightarrow{AB}(2; 5)$ et $\overrightarrow{AM}\left(-3; -\frac{15}{2}\right)$,

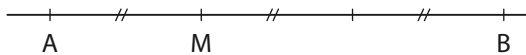
donc $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et M est un point de (AB).

3 $\overrightarrow{AB}(4; 1)$ et $\overrightarrow{CD}(4; -3-y)$.
«(AB) // (CD)» équivaut à « \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} colinéaires»
soit $-12 - 4y - 4 = 0$. Il en résulte que $y = -4$.

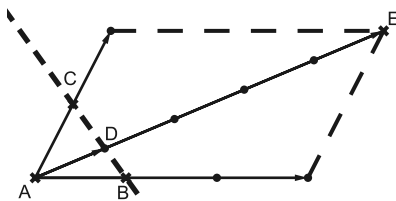
4 $\overrightarrow{AB}(8; 2)$ et $\overrightarrow{CD}(4; y+4)$.
« \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} colinéaires» équivaut à $8y + 32 - 8 = 0$
soit $y = -3$.

5 1. $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AB}$
donc $-3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$ soit $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$.

2. Les vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires donc M est un point de la droite (AB).



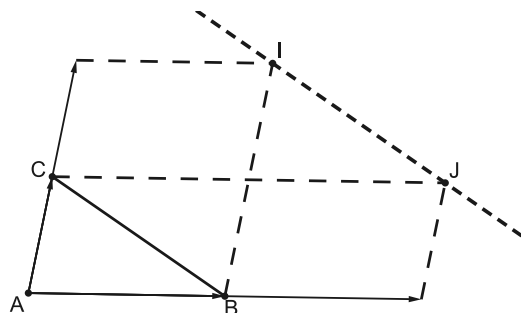
6 1. On construit E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ puis D tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AE}$.



2. a) $5\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$
donc $5\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 2\overrightarrow{BC}$.

b) $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ donc \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires et B, C, D sont alignés.

7 1.



2. a) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
 $= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$.

b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{CB}$, donc les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

8 $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} = 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = 3\overrightarrow{AC}$,
donc \overrightarrow{AG} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires et A, G, C sont alignés.

9 1. $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$;

$\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA})$
 $= -\frac{5}{2}\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC} = 5\left[-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}\right] = 5\overrightarrow{IJ}$.

Donc \overrightarrow{IL} et \overrightarrow{IJ} sont colinéaires et les points I, J, L sont alignés.

10 a) d a une équation de la forme : $3x - 2y + c = 0$.

Or $A \in d$, donc $3 \times (-2) - 2 \times 5 + c = 0$ soit $c = 16$.

d a donc pour équation : $3x - 2y + 16 = 0$.

b) d a une équation de la forme $y = \frac{2}{3}x + p$.

Or $A(-5; 3) \in d$,

donc $3 = -\frac{10}{3} + p$ et $p = \frac{19}{3}$.

Donc d a pour équation : $y = \frac{2}{3}x + \frac{19}{3}$.

11 $\overrightarrow{AB}(2; 3)$ est un vecteur directeur de d donc d a une équation de la forme $3x - 2y + c = 0$.

Or $C(-4; 6) \in d$, donc $3 \times -4 - 2 \times 6 + c = 0$.

Il en résulte que $c = 24$ et d a pour équation : $3x - 2y + 24 = 0$.

12 Δ a une équation de la forme $2x - 3y + c = 0$.

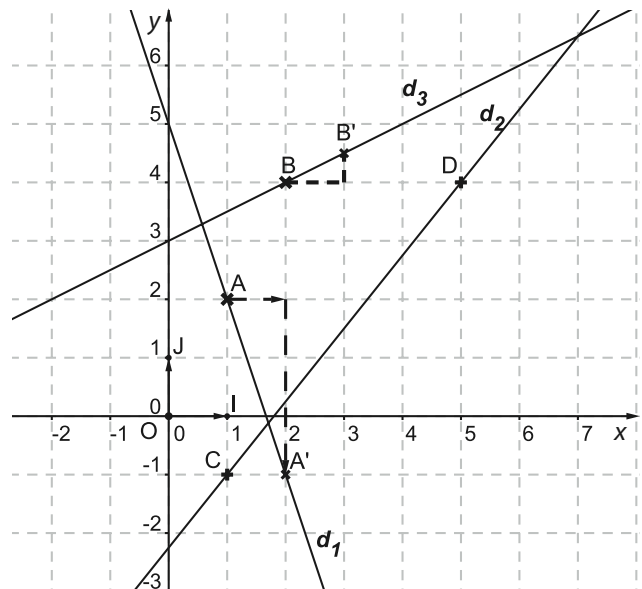
Or $A(-1; 2) \in \Delta$, donc $2(-1) - 3 \times 2 + c = 0$ et $c = 8$.

Donc Δ a pour équation : $2x - 3y + 8 = 0$.

13 a) $d_1 = (AA')$ avec $A'(2; -1)$.

b) $d_2 = (BB')$ avec $B'(3; \frac{9}{2})$.

c) $d_3 = (CD)$ avec $C(1; -1)$ et $D(5; 4)$.



14 $15y = 10x - 3$ soit $10x - 15y - 3 = 0$.

Le vecteur $\vec{v}(15; 10)$ est un vecteur directeur de d,

donc $\vec{u} = \frac{1}{5}\vec{v}$ soit $\vec{u}(3; 2)$ est aussi un vecteur directeur de d.

15 a) $\overrightarrow{AB}(4; 2)$ donc (AB) a une équation de la forme $2x - 4y + c = 0$.

Or $B(2; 5) \in (AB)$, donc $4 - 20 + c = 0$ soit $c = 16$.

(AB) a pour équation $2x - 4y + 16 = 0$ ou $x - 2y + 8 = 0$.

b) $\overrightarrow{OA}(-2; 3)$ est un vecteur de Δ , donc Δ a une équation de la forme : $3x + 2y + c = 0$.

Or $C(3; 1) \in \Delta$, donc $9 + 2 + c = 0$ et $c = -11$.

Ainsi, Δ a pour équation : $3x + 2y - 11 = 0$.

16 a) d a une équation de la forme $2x - y + c = 0$ et $A(0; 1) \in d$; donc $c = 1$ et d a pour équation $2x - y + 1 = 0$.

b) De même, Δ a pour équation $\frac{4}{5}x - \frac{5}{7}y - \frac{9}{20} = 0$ ou $28x - 25y - 9 = 0$.

17 a) d a pour équation $x - 7y + 17 = 0$.

b) I a pour coordonnées $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$ et $\overrightarrow{IA}(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$;

donc d a pour équation : $3x - 5y + 3 = 0$.

18 $\overrightarrow{AB}(3; 4)$ et $\overrightarrow{AC}(-9; -12)$; $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$ donc \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires, et C est un point de la droite (AB).

19 Soit I le milieu de $[AC]$;

I a pour coordonnées $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ et $\overrightarrow{IB}(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2})$.

\overrightarrow{IB} est un vecteur directeur de la médiane qui passe par B . Elle a pour équation $x + 7y - 5 = 0$.

20 a) $\vec{u}(\frac{4}{7}; 1)$ et $\vec{u}'(1; \frac{5}{3})$;

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} - 1 \times 1 = \frac{20}{21} - 1 = -\frac{1}{21} \neq 0,$$

donc d et Δ ne sont pas parallèles.

b) $\vec{u}(-4,5; 3)$ et $\vec{u}'(-3; 2)$; $-4,5 \times 2 - (3)(-3) = -9 + 9 = 0$, donc d et Δ sont parallèles.

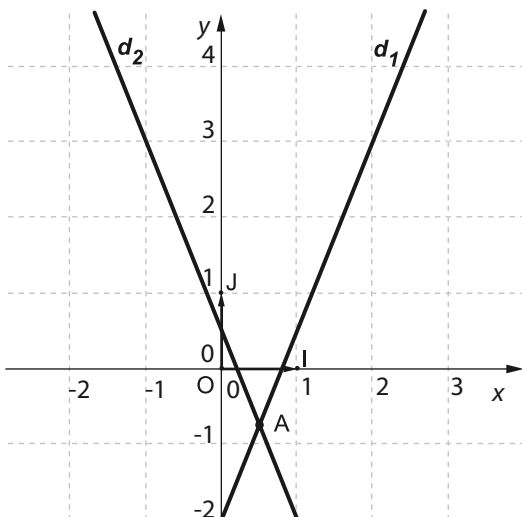
c) $\vec{u}(3; 2)$ et $\vec{u}'(0,6; 0,4)$; $3 \times 0,4 - 2 \times 0,6 = 0$, donc d et Δ sont parallèles.

21 1. La droite d'équation $5x - 2y - 4 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}(2; 5)$.

La droite d'équation $y = -2,5x + 0,5$ ou $2,5x + y - 0,5 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}'(-1; 2,5)$.

$2 \times 2,5 + 1 \times 5 = 10 \neq 0$, donc ces deux droites sont sécantes.

2.



Leur point d'intersection A a pour coordonnées $(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4})$.

22 La droite (AB) a pour coefficient directeur

$$m = \frac{5-2}{3-1} = \frac{3}{2} \text{ et } d' \text{ a pour coefficient } 0,75 = \frac{3}{4}.$$

Ainsi, d et d' sont parallèles.

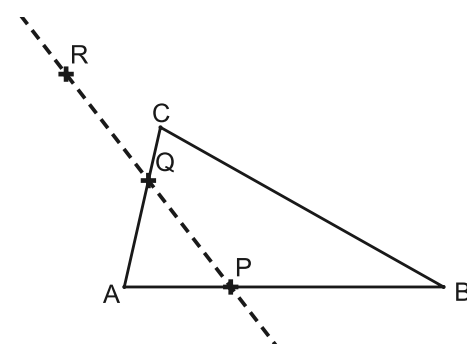
23 d a pour vecteur directeur $\vec{u}(3; 2)$ et Δ a pour vecteur directeur $\vec{v}(2; m)$;

$$d \parallel \Delta \Leftrightarrow 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}.$$

24 d a pour vecteur directeur $(1; -3)$ et Δ a pour vecteur directeur $(m - 3; 1 - 2m)$.

$$d \parallel \Delta \Leftrightarrow 1 - 2m + 3m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 8.$$

25 1.



2. a) On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

$$\bullet \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow P(\frac{1}{3}; 0).$$

$$\bullet \overrightarrow{CQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC};$$

donc $Q(0; \frac{2}{3})$.

$$\bullet \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AR} \text{ et } \overrightarrow{CR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{3} (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}),$$

$$\text{donc } \overrightarrow{AR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{4}{3} \overrightarrow{AC}, \text{ donc } R(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}).$$

b) On se place dans le repère $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

$$\bullet \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BP} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BA};$$

donc $P(0; \frac{2}{3})$.

$$\bullet \overrightarrow{CR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BR} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BC};$$

donc $R(\frac{4}{3}; 0)$.

$$\bullet \overrightarrow{CQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CQ} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = 3(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BQ})$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BA};$$

donc $Q(\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.

c) On se place dans le repère $(C; \overrightarrow{CR}, \overrightarrow{CQ})$.

• $R(1; 0)$ et $Q(0; 1)$ (immédiat).

$$\bullet \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

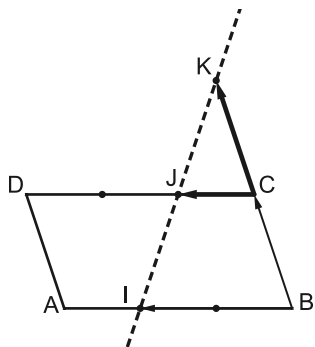
$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}.$$

Or $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CQ}$ et $\overrightarrow{CB} = -3\overrightarrow{CR}$; donc $3\overrightarrow{CP} = 6\overrightarrow{CQ} - 3\overrightarrow{CR}$, soit $\overrightarrow{CP} = -\overrightarrow{CR} + 2\overrightarrow{CQ}$.

Donc $P(-1; 2)$.

3. a) et b) On choisit le repère $(C; \overrightarrow{CR}, \overrightarrow{CQ})$: $\overrightarrow{RQ}(-1; 1)$ et $\overrightarrow{RP}(-2; 2)$. Donc $\overrightarrow{RP} = 2\overrightarrow{RQ}$, ce qui prouve que les points P, Q, R sont alignés.

26 1.



2. a) Ce choix n'est pas le plus pertinent.

3. Dans le repère $(C; \overrightarrow{CJ}, \overrightarrow{CK})$:

$I(2; -1), J(1; 0), K(0; 1)$;

donc $\overrightarrow{JK}(-1; 1)$ et $\overrightarrow{JI}(1; -1)$.

Ainsi : $\overrightarrow{JK} = -\overrightarrow{JI}$,

ce qui prouve que les points I, J, K sont alignés.

EXERCICES

Activités de recherche (page 178)

31 Choisir un repère

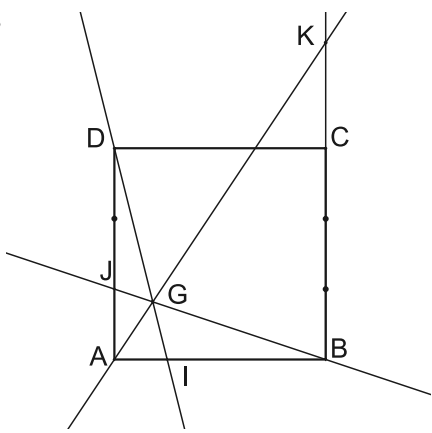
• *L'outil* :

– Colinéarité dans un repère.

• *L'objectif* :

– Exploiter les coordonnées dans un repère choisi.

1.



2. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$: $B(4; 0), D(0; 3)$ et $C(4; 3)$.

3. a) (DI) a pour équation : $3x + y - 3 = 0$.

(BJ) a pour équation : $x + 4y - 4 = 0$.

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + y = 3 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12x - 4y = -12 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11x = -8 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

Donc $x = \frac{8}{11}$ et $y = 3 - \frac{24}{11} = \frac{7}{11}$,

et G a pour coordonnées $(\frac{8}{11}; \frac{7}{11})$.

4. $K(4; y)$ donc $\overrightarrow{AK}(4; y)$; $\overrightarrow{AG}(\frac{8}{11}; \frac{7}{11})$.

\overrightarrow{AK} et \overrightarrow{AG} sont colinéaires donc $4 \times \frac{7}{11} - \frac{8}{11} = 0$ soit $y = \frac{7}{2}$.

Donc K a pour coordonnées $(4; \frac{7}{2})$.

$\overrightarrow{KB} = -\frac{7}{2} \overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{KC} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AJ}$ donc $\overrightarrow{KB} = 7\overrightarrow{KC}$.

32 Étudier la position relative de trois droites

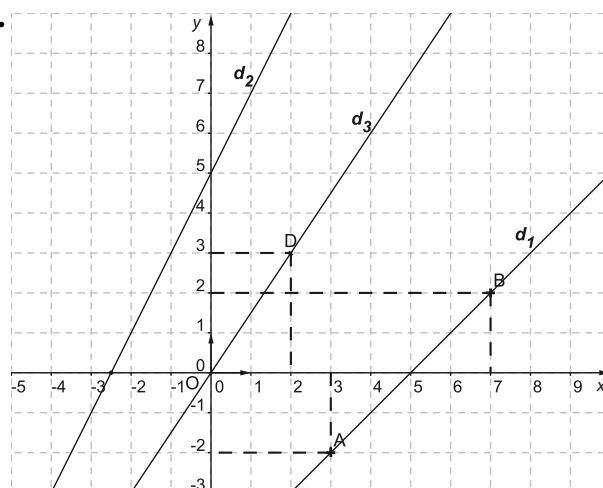
• *L'outil* :

– Équations de droites.

• *L'objectif* :

– Exploiter une stratégie pour démontrer que trois droites sont concourantes.

1.



2. a) d_1 a pour coefficient directeur : 1 ;

d_2 a pour coefficient directeur : 2 ; et d_3 : $\frac{3}{2}$.

Donc les droites ne sont pas parallèles deux à deux.

b) d_3 a pour équation $y = \frac{3}{2}x$.

$$\text{c) } \begin{cases} y = \frac{3}{2}x \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2}x \\ 2x - \frac{3}{2}x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -15 \end{cases}$$

Le point M a pour coordonnées $(-10; -15)$.

d) $\overrightarrow{AM}(-13; -13)$ et $\overrightarrow{AB}(4; 4)$, donc $4\overrightarrow{AM} = -13\overrightarrow{AB}$.

\overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires, donc $M \in (AB)$.

33 Étudier une configuration

• **Les outils :**

- Colinéarité de vecteurs.
- Coordonnées du milieu d'un segment.

• **Les objectifs :**

- Exploiter les coordonnées dans un repère choisi.
- Savoir utiliser la colinéarité pour prouver un alignement et un parallélisme.

1. B(1; 0), D(0; 1) et C(1; 1).

2. a) M(m; y); $\overrightarrow{DB}(1; -1)$ et $\overrightarrow{DM}(m; y - 1)$, donc :

D, B, M alignés $\Leftrightarrow 1 \times (y - 1) + m = 0 \Leftrightarrow y = 1 - m$.

b) M est le milieu de [CN], donc $x_C + x_N = 2x_M$ et $y_C + y_N = 2y_M$, ce qui donne $x_N = 2m - 1$ et $y_N = 1 - 2m$.

c) P(0; 1 - 2m) et Q(2m - 1; 0).

d) $\overrightarrow{PM}(m; m)$, $\overrightarrow{PQ}(2m - 1; 2m - 1)$ et $\overrightarrow{AC}(1; 1)$.

Ces trois vecteurs sont colinéaires, donc les points P, Q, M sont alignés et (PQ) est parallèle à (AC) donc garde une direction fixe.

34 Narration de recherche

1. $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Soit $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{CI}$ donc les droites (AJ) et (IC) sont parallèles.

2. On peut aussi considérer le repère (A; \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AB}).

C(1; 0), I(0; $\frac{1}{2}$) et J(-2; 1).

Ainsi, $\overrightarrow{IC}(1; -\frac{1}{2})$ et $\overrightarrow{AJ}(-2; 1)$, soit $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{CI}$ d'où la conclusion.

35 Narration de recherche

Dans le repère (B; \overrightarrow{BJ} , \overrightarrow{BI}) :

J(1; 0), I(0; 1), M(0; -1) et N(3; 0); donc K($\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{2}$).

$\overrightarrow{IJ}(1; -1)$ et $\overrightarrow{IK}(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2})$, donc $\overrightarrow{IK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}$.

Ainsi, les vecteurs sont colinéaires et les points I, J, K sont alignés.

36 Narration de recherche

1. Dans le repère (A; \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AJ}) :

B(1; 0), J(0; 1), I($\frac{3}{4}$; 0) et C(0; 3).

• $3\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BJ}$.

$3\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AJ}$,

donc K($\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$), $\overrightarrow{CI}(\frac{3}{4}; -3)$ et $\overrightarrow{CK}(\frac{2}{3}; -\frac{8}{3})$;

$\frac{3}{4} \times (-\frac{8}{3}) - (-3) \times (\frac{2}{3}) = -2 + 2 = 0$,

donc les points C, I, K sont alignés.

2. \overrightarrow{AK} a pour coordonnées ($\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$) donc $\vec{u} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AK}$ a pour coordonnées (1 ; $\frac{1}{2}$).

Ainsi, la droite (AK) a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}$ et son équation réduite est $y = \frac{1}{2}x$.

De plus, (BC) a pour équation $3x + y - 3 = 0$.

Le point G, intersection de ces deux droites, a pour coordonnées (x; y) telles que $y = \frac{1}{2}x$ et $3x + y - 3 = 0$, soit $y = \frac{1}{2}x$ et $3x + \frac{1}{2}x - 3 = 0$.

Donc : $x = \frac{6}{7}$ et $y = \frac{3}{7}$.

\overrightarrow{BG} a pour coordonnées ($-\frac{1}{7}$; $\frac{3}{7}$) et $\overrightarrow{BC}(-1; 3)$.

Il en résulte que $\overrightarrow{BC} = 7\overrightarrow{BG}$ ou $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{7}\overrightarrow{BC}$ et $k = \frac{1}{7}$.

37 TP – Étudier la position relative de trois droites

1. Voir page 180.

3. a) $\overrightarrow{AM}(a + 1; b + 1)$, $\overrightarrow{BQ}(1; b)$ et $\overrightarrow{CP}(a; 1)$.

• \overrightarrow{BQ} colinéaire à \overrightarrow{CP} équivaut à $1 - ab = 0$ soit $ab = 1$.

De même, \overrightarrow{AM} colinéaire à \overrightarrow{BQ} équivaut à $b(a + 1) - b - 1 = 0$ soit $ab = 1$.

Donc les trois vecteurs sont colinéaires si et seulement si $ab = 1$.

Ainsi, lorsque M est un point de \mathcal{C} , les droites (AM), (BQ) et (CP) sont parallèles.

b) • (BQ) a une équation de la forme $bx - y + c = 0$.

B \in (BQ) donc $-b + c = 0$ soit $c = b$.

Donc (BQ) a pour équation $bx - y + b = 0$.

• De même, (CP) a pour équation $x - ay - a = 0$.

• Les coordonnées de N vérifient le système

$$\begin{cases} bx - y = -b \\ x - ay = a \end{cases} \text{ qui équivaut à } \begin{cases} -abx + ay = ab \\ x - ay = a \end{cases} \text{ si } a \neq 0$$

$$\text{soit } \begin{cases} x(1 - ab) = a(1 + b) \\ y = \frac{x - a}{a} \end{cases}$$

$$\text{donc } x = \frac{a(1 + b)}{1 - ab} \text{ et } y = \frac{b(1 + a)}{1 - ab}.$$

Si $a = 0$, $x = 0$ et $y = b$.

• $\overrightarrow{AM}(a + 1; b + 1)$ et $\overrightarrow{AN}(\frac{a + 1}{1 - ab}; \frac{b + 1}{1 - ab})$.

$(a + 1)(\frac{b + 1}{1 - ab}) - (b + 1)(\frac{a + 1}{1 - ab}) = 0$, donc M, N, A sont trois points alignés.

38 TP – Droite mobile autour d'un point fixe

1. Voir page 181.

3. a) • (AB) a pour équation $x + y - 1 = 0$ et (BC) a pour équation $x - y + 1 = 0$.

• Les coordonnées de M vérifient :

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ y = mx \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x(1 + m) = 1 \\ y = mx \end{cases}.$$

Comme $m \neq -1$, M a pour coordonnées ($\frac{1}{1 + m}$; $\frac{m}{1 + m}$).

De même, N ($\frac{1}{m - 1}$; $\frac{m}{m - 1}$) avec $m \neq 1$.

b) • \overrightarrow{CM} a pour coordonnées ($\frac{m + 2}{m + 1}$; $\frac{m}{1 + m}$) avec $m \neq -1$, colinéaire à $\vec{u}(2 + m; m)$.

(CM) a une équation de la forme $mx - (2 + m)y + c = 0$; or $C(-1; 0) \in$ (CM), donc $c = m$ et (CM) a pour équation $mx - (2 + m)y + m = 0$.

c) \overrightarrow{AN} a pour coordonnées ($\frac{2 - m}{m - 1}$; $\frac{m}{m - 1}$) avec $m \neq 1$, donc colinéaire à $\vec{v}(2 - m; m)$.

La droite (AN) a pour équation $mx - (2 - m)y - m = 0$.

d) Les coordonnées de P vérifient :

$$\begin{cases} mx - (2 + m)y + m = 0 \\ mx - (2 - m)y - m = 0 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} -2my + 2m = 0 \\ mx - (2 - m)y - m = 0 \end{cases}$$

soit, comme $m \neq 0$: $\begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{2}{m} \end{cases}$.

Donc le point P appartient à la droite d'équation $y = 1$.

EXERCICES

Entraînement (page 182)

DE TÊTE

- 39** A(0; 1) et B(-1; 0).
40 $2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 3 \times 4 = 0$, donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.
41 $12 + 2x = 0$ soit $x = -6$.
42 $y = 3x + 2$.
43 $\vec{u}(5; 2)$ et $A \in d$.
44 $\vec{u}(3; -2)$.
45 $2\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées (-5; 7).

VECTEURS COLINÉAIRES

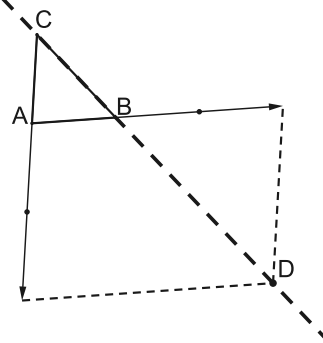
- 46** a) $\vec{u} = 3\vec{v}$: ces vecteurs sont colinéaires.
 b) $\vec{u} = -6\vec{v}$: ces vecteurs sont colinéaires.
47 $\vec{u}\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$, $\vec{v}(x; -1)$ et $\frac{1}{2} \times (-1) + \frac{3}{4}(x) = 0$.
 Soit $\frac{3}{4}x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{2}{3}$.
48 Corrigé dans le manuel.
49 a) $\overrightarrow{AB}\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ et $\overrightarrow{AC}\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right)$; $\overrightarrow{AB} = 6\overrightarrow{AC}$: ces vecteurs sont colinéaires.
50 $\overrightarrow{MN}(5; 2)$ et $\overrightarrow{MP}\left(x; -\frac{3}{5}\right)$; $-3 - 2x = 0$ soit $x = -\frac{3}{2}$.
51 $\overrightarrow{AB}(-5; -1)$; $\overrightarrow{AM}(x - 3; -2)$; $\overrightarrow{AN}(-3; y - 2)$.
 \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires : $10 + x - 3 = 0$ soit $x = -7$.
 \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AN} sont colinéaires : $10 - 5y - 3 = 0$ soit $y = \frac{7}{5}$.
52 M(5; y); $\overrightarrow{AB}(2; 2)$, $\overrightarrow{CM}(3; y + 3)$.
 $(AB) \parallel (CM) \Leftrightarrow 2y + 6 - 6 = 0 \Leftrightarrow y = 0$.
 Le point M a pour ordonnée 0.
53 Corrigé dans le manuel.
54 $\overrightarrow{AB}(6; 2)$ et $\overrightarrow{OC}(27; 9)$; $6 \times 9 - 27 \times 2 = 0$ donc $(AB) \parallel (OC)$.
55 2. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$
 $= \frac{2}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.

Les points B, C, D sont donc alignés.

EXPRESSION D'UN VECTEUR EN FONCTION DE DEUX VECTEURS NON COLINÉAIRES

57 $\vec{u} = \frac{3}{2}\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{w} = -\frac{3}{2}\vec{i} - 4\vec{j}$.

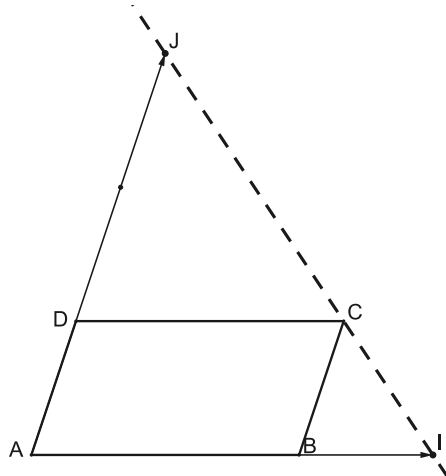
58 1.



2. a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$,
 donc $\overrightarrow{BD} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 2\overrightarrow{CB}$.

b) $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CB}$: les vecteurs sont colinéaires et B, D, C sont trois points alignés.

59 1.



2. a) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

b) $\vec{IJ} = 3\vec{IC}$, donc I, J, C sont alignés.

60 Corrigé dans le manuel.

61 1. $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = 3\vec{CD} + 3\vec{DE} = 3(\vec{CD} + \vec{DE}) = 3\vec{CE}$.

2. \vec{BE} et \vec{CE} sont colinéaires, donc B, E, C sont alignés.

62 1. $\vec{AP} = \vec{AB} - 2(\vec{AI} + \vec{IC}) = \vec{AB} - 2\vec{AI} - 2\vec{IC}$.

2. a) $2\vec{AI} = \vec{AB}$, donc $\vec{AP} = -2\vec{IC}$ et les vecteurs \vec{AP} et \vec{IC} sont colinéaires.

b) Il en résulte que les droites (AP) et (CI) sont parallèles.

CHOISIR UN REPÈRE

63 Corrigé dans le manuel.

64 1. On choisit (C; \vec{CM} , \vec{CP}).

2. M(1; 0); P(0; 1); B(0; -2); D(3; 0); A(3; -2).

$\vec{AM}(-2; 2)$ et $\vec{MP}(-1; 1)$,

donc $\vec{AM} = 2\vec{MP}$ et les points A, M, P sont alignés.

65 1. I($\frac{1}{2}$; 0); J(0; $\frac{5}{4}$); K(x; y) avec $1 - x + 5(-x) = 0$ et $-y + 5(1 - y) = 0$, donc $x = \frac{1}{6}$ et $y = \frac{5}{6}$.

2. $\vec{IJ}(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4})$ et $\vec{IK}(-\frac{1}{3}; \frac{5}{6})$; or $-\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{4} = 0$, donc I, J, K sont alignés.

66 Corrigé dans le manuel.

67 Dans le repère (A; \vec{AC} , \vec{AI}):

C(1; 0), I(0; 1), J(4; 0) et B(0; 4).

Donc $\vec{IC}(1; -1)$ et $\vec{BJ}(4; -4)$.

Ainsi, $\vec{BJ} = 4\vec{IC}$, donc les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.

ÉQUATIONS CARTÉSIENNES DE DROITES

68 a) $x - 3y + 14 = 0$. b) $y = 5$. c) $x = 1$.

69 a) $\vec{AB}(-4; -3)$ donc $-3x + 4y - 17 = 0$.

b) $2x + 3y - 6 = 0$. c) $x = 4$. d) $y = -2$.

70 1. a) $m = \frac{2}{3}$. b) $\frac{5}{3}$.

2. Si $y = \frac{3}{2}$, $2x - \frac{9}{2} + 5 = 0$ soit $x = -\frac{1}{4}$.

71 1. C'est la droite d_2 .

2. $d_1: 2x - 3y + 6 = 0$;

$d_3: 2x + 3y - 6 = 0$;

$d_4: 5x + 3y + 15 = 0$.

72 Corrigé dans le manuel.

73 a) $\vec{u}(2; 3)$ et A(-1; 1). b) $\vec{u}(3; 1)$ et A(1; 0).

c) $\vec{u}(-3; 2)$ et A(3; 0). d) $\vec{u}(8; 3)$ et A($\frac{7}{4}$).

74 1. $\vec{u}(3; 7)$, $\vec{u}'(2; 5)$ et $3 \times 5 - 2 \times 7 = 1 \neq 0$; donc d et d' sont sécantes.

2. $\begin{cases} 7x - 3y + 2 = 0 \\ 5x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x = 28 \\ y = 66 \end{cases}$

75 1. $\vec{AB}(6; 8)$ et $\vec{u}(5; -1)$ ne sont pas colinéaires, donc d et Δ ne sont pas parallèles.

2. La droite (AB) a une équation de la forme $4x - 3y + c = 0$.

Or A(0; -2) \in d, donc $c = -6$

et d a pour équation $4x - 3y - 6 = 0$.

• Δ a une équation de la forme $-x - 5y + c = 0$.

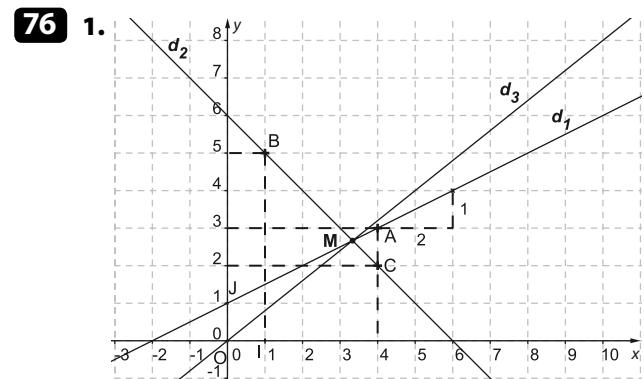
Or C(-2; 3) \in Δ , donc $2 - 15 + c = 0$ d'où $c = 13$

et Δ a pour équation $x + 5y - 13 = 0$.

• $\begin{cases} 4x - 3y - 6 = 0 \\ x + 5y - 13 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} -23y = -46 \\ x = 13 - 5y \end{cases}$

soit $y = 2$ et $x = 3$.

Le point d'intersection a pour coordonnées (3; 2).



2. d_1 a pour équation $x - 2y + 2 = 0$.

d_3 a pour équation $y = \frac{4}{5}x$.

Les coordonnées (x; y) du point M commun à ces deux

droites vérifient : $y = \frac{4}{5}x$ et $-\frac{3}{5}x + 2 = 0$,

soit $x = \frac{10}{3}$ et $y = \frac{8}{3}$.

Donc M a pour coordonnées ($\frac{10}{3}$; $\frac{8}{3}$).

On vérifie que B, C, M sont alignés :

$\vec{BC}(3; -3)$ et $\vec{BM}(\frac{7}{3}; -\frac{7}{3})$, donc \vec{BC} et \vec{BM} sont colinéaires.

Ainsi, les trois droites sont concourantes.

77 Corrigé dans le manuel.

78 1. $\vec{AB}(-p; q)$, donc (AB) a une équation de la forme $qx + py + c = 0$.

Or A(p; 0) \in (AB),

donc $pq + c = 0$ et (AB) a pour équation : $qx + py - pq = 0$.

Or $pq \neq 0$, donc $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} - 1 = 0$.

2. (CD) a pour équation $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} - 1 = 0$, soit $2x - 3y - 6 = 0$.

79 (AB) : $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} - 1 = 0$; (CD) : $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} - 1 = 0$.

Les coordonnées de M vérifient :

$\begin{cases} 4x + 5y - 20 = 0 \\ 3x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$ équivalent à $\begin{cases} x = \frac{70}{23} \\ y = \frac{36}{23} \end{cases}$.

80 1. (DI) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} - 1 = 0$ ou $4x + 3y - 12 = 0$;

(BJ) : $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} - 1 = 0$ soit $x + 2y - 4 = 0$.

Donc C, intersection de ces droites, a pour coordonnées $(\frac{12}{5}; \frac{4}{5})$.

2. $M(\frac{6}{5}; \frac{2}{5})$, $P(\frac{3}{2}; 1)$ et $N(2; 2)$.

$\overline{PN}(\frac{1}{2}; 1)$, $\overline{MN}(\frac{4}{5}; \frac{8}{5})$ et $\frac{1}{2} \times \frac{8}{5} - 1 \times \frac{4}{5} = 0$; donc les trois points sont alignés.

81 1. $B(\frac{3}{2}; 0)$, $D(0; 2)$, $C(\frac{3}{2}; 2)$ et $K(1; 1)$.

2. (DI) a pour équation : $x + \frac{y}{2} - 1 = 0$ soit $2x + y - 2 = 0$;

(BJ) a pour équation : $\frac{2}{3}x + y - 1 = 0$ soit $2x + 3y - 3 = 0$.

Donc M a pour coordonnées $(\frac{3}{4}; \frac{1}{2})$.

3. $\overline{KC}(\frac{1}{2}; 1)$ et $\overline{KM}(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2})$, donc $\overline{KC} = -2\overline{KM}$.

Les vecteurs \overline{KC} et \overline{KM} sont colinéaires, donc les points K, C, M sont alignés.

82 1. $A'(0; 2)$, $C'(0; -1)$, $B(1; 0)$ et $K(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

$\overline{A'K}(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2})$ et $\overline{C'K}(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

Donc la droite (A'K) a une équation de la forme : $-3x - y + c = 0$.

Or $A' \in (A'K)$, donc $c = 2$ et (A'K) a pour équation : $3x + y - 2 = 0$.

2. a) De même, on démontre que (C'K) a pour équation $3x - y - 1 = 0$.

(A'K) coupe (AB) en I d'ordonnée nulle, donc $I(\frac{x}{3}; 0)$ et de même, $J(\frac{1}{3}; 0)$.

b) Il en résulte que : $\overline{AJ} = \overline{JI} = \overline{IB}$.

POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES

83 Δ a une équation de la forme $3x - 2y + c = 0$ et $A(-1; 4) \in \Delta$; donc $c = 11$ et Δ a pour équation : $3x - 2y + 11 = 0$.

84 Δ a une équation de la forme $y = \frac{2}{3}x + c$ et $A(-3; 5) \in \Delta$; donc $c = 7$ et Δ a pour équation $y = \frac{2}{3}x + 7$.

85 Corrigé dans le manuel.

86 d a pour vecteur directeur $\vec{u} = (3; m)$ et Δ a pour vecteur directeur $\vec{u}'(2; 3)$.

$d \parallel \Delta \Leftrightarrow \vec{u}$ et \vec{u}' colinéaires $\Leftrightarrow 2m = 9 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

87 a) $2x - y + 5 = 0$ et $3x - 5y + 6 = 0$ sont sécantes car $\vec{u}(1; 2)$ et $\vec{u}'(5; 3)$ ne sont pas colinéaires.

Le point d'intersection a pour coordonnées $(\frac{19}{7}; \frac{73}{7})$.

b) d a aussi pour équation $4x + y + 3 = 0$ et d' a aussi pour équation $4x + y - \frac{20}{3} = 0$.

Les droites sont donc parallèles et distinctes.

c) d' a aussi pour équation : $x + 3y - 6 = 0$; donc d et d' sont confondues.

88 a) $P \Rightarrow Q$; $Q \Rightarrow P$ et $P \Leftrightarrow Q$.

b) Si \overline{MA} et \overline{MB} sont opposés, alors M est le milieu de [AB], donc $AM = MB$.

D'où $P \Rightarrow Q$.

• Mais $MA = MB$ n'implique pas que M soit le milieu de [AB].

c) P n'implique pas Q ; exemple : $CB = 2CA$.

• Si C, A, B sont alignés, il existe k tel que $\overline{CA} = k\overline{CB}$ donc $CA = |k|CB$.

Ainsi : $Q \Rightarrow P$.

d) $d \parallel d'$ équivaut à $\vec{u}(-1; m)$ et $\vec{u}'(-m; 1)$ sont colinéaires, équivaut à $-1 \times 1 - m \times (-4) = 0$ soit $mx = 1$; donc $P \Leftrightarrow Q$.

89

```

1  VARIABLES
2  a1 EST_DU_TYPE NOMBRE
3  b1 EST_DU_TYPE NOMBRE
4  c1 EST_DU_TYPE NOMBRE
5  a2 EST_DU_TYPE NOMBRE
6  b2 EST_DU_TYPE NOMBRE
7  c2 EST_DU_TYPE NOMBRE
8  DEBUT_ALGORITHME
9  LIRE a1
10 LIRE b1
11 LIRE c1
12 LIRE a2
13 LIRE b2
14 LIRE c2
15 SI (a1*b2-a2*b1!=0) ALORS
16   DEBUT_SI
17   AFFICHER «les droites sont sécantes.»
18   FIN_SI
19 SINON
20   DEBUT_SINON
21   SI (a1*c2==a2*c1) ALORS
22   DEBUT_SI
23   AFFICHER «Les droites sont
24   confondues.»
25   FIN_SI
26   SINON
27   DEBUT_SINON
28   AFFICHER «Les droites sont
29   parallèles (disjointes).»
30   FIN SINON
31 FIN ALGORITHME

```

AVEC LES TICE

90 2. a) $M(m; 0)$ et $J(0; y)$; $\overline{AB}(2; -3)$ et $\overline{JM}(m; -y)$.

Donc $-2y + 3m = 0$, $y = \frac{3}{2}m$ donc $J(0; \frac{3m}{2})$.

$I(x; 0)$; $\overline{CM}(m; -4)$ et $\overline{BI}(x; 3)$.

Donc $3m + 4x = 0$, $x = -\frac{3m}{4}$ et $I(-\frac{3m}{4}; 0)$.

b) \overline{IJ} a pour coordonnées $(\frac{3m}{4}; \frac{3m}{2})$, colinéaire à $\vec{v}(1; 2)$, et $\overline{AC}(2; 4)$; donc : $\overline{AC} = 2\vec{v}$.

Conclusion : la droite (IJ) reste parallèle à (AC).

91 1. $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ et $\overrightarrow{AM}(x - x_A; y - y_A)$.
 $M \in (AB) \Leftrightarrow (x - x_A)(y_B - y_A) - (y - y_A)(x_B - x_A) = 0$
 $\Leftrightarrow (y_B - y_A)x - (x_B - x_A)y + x_B y_A - x_A y_B = 0$ [1]

2. En appliquant [1]:
 (AB) a pour équation : $2x - 6y + 12 + 10 = 0$,
 soit $x - 3y + 11 = 0$.
 Donc $M(-11; 0)$ et $N(0; \frac{11}{3})$.

Prendre toutes les initiatives

92
$$\begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = 2\vec{w} \\ -3\vec{u} + \vec{v} = 4\vec{w} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = 2\vec{w} \\ 4\vec{u} = -2\vec{w} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{w} \\ \vec{v} = \frac{5}{2}\vec{w} \end{cases}$$

Donc $\vec{v} = -5\vec{u}$.

93
$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} \\ &= (m+1)\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} - m\overrightarrow{AC} \\ &= (m+1)\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - m\overrightarrow{AC} \\ &= (m-1)(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = (m-1)\overrightarrow{CB}. \end{aligned}$$

Donc, si $m \neq 1$, \overrightarrow{PQ} est colinéaire à \overrightarrow{CB} .
 Si $m = 1$, alors $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$,
 donc $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP}$, soit $\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB}$. Ainsi, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}$.

94 Dans le repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$:
 $I(1; 0), J(0; 1), B(4; 0)$ et $C(0; \frac{3}{2})$;

(BC) a pour équation $\frac{x}{4} + \frac{2}{3}y - 1 = 0$
 soit $3x + 8y - 12 = 0$;

(IJ) a pour équation $x + y - 1 = 0$.

Donc K a pour coordonnées $(-\frac{4}{5}; \frac{9}{5})$.

Ainsi, $\overrightarrow{KB}(\frac{24}{5}; -\frac{9}{5})$ et $\overrightarrow{BC}(-4; \frac{3}{2})$, donc $\overrightarrow{KB} = -\frac{6}{5}\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{KJ}(\frac{4}{5}; -\frac{4}{5})$ et $\overrightarrow{IJ}(-1; 1)$, donc $\overrightarrow{KJ} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{IJ}$.

EXERCICES

Approfondissement (page 187)

95 1. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$: $B(1; 0)$ et $C(0; 1)$,
 donc $\overrightarrow{BC}(1; -1)$.

Avec $O(x; y)$: $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow x - 1 = \frac{1}{3} \times (-1)$ et $y = \frac{1}{3} \times 1$.
 D'où $O(\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.

2. a) d_1 a pour équation $y = mx - m$ et d_2 a pour équation
 $y = mx + 1$.

b) I a pour abscisse $\frac{2}{3}$ et pour ordonnée $\frac{2}{3}m - m = -\frac{1}{3}m$;

J a pour ordonnée $\frac{1}{3}$ et pour abscisse $x = -\frac{2}{3m}$.

Donc $\overrightarrow{AI}(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}m)$ et $\overrightarrow{AJ}(-\frac{2}{3m}; \frac{1}{3})$.

Ainsi, $\overrightarrow{AI} = -m\overrightarrow{AJ}$ et les points A, I, J sont alignés.

96 d_1 a pour équation $2x - 3y + 1 = 0$ et d_2 a pour équation
 $x + 2y - 6 = 0$.

d_1 et d_2 se coupent au point $M(\frac{16}{7}; \frac{13}{7})$.

Les trois droites sont concourantes si et seulement si \vec{w}
 et \overrightarrow{CM} sont colinéaires.

Or, \overrightarrow{CM} a pour coordonnées $(-\frac{12}{7}; \frac{27}{7})$: \overrightarrow{CM} est colinéaire

au vecteur $\vec{w}(4; -9)$ ($\overrightarrow{CM} = -\frac{3}{7}\vec{w}$).

97 1. $B(3; 0), D(0; 4), C(3; 4), L(\frac{1}{2}; 4)$ et $K(3; \frac{3}{2})$.

2. a) (AC) a pour équation $y = \frac{4}{3}x$ et (IL) a pour équation
 $8x + y - 8 = 0$.

Ces droites se coupent en M de coordonnées $(\frac{6}{7}; \frac{8}{7})$.

b) $\overrightarrow{JK}(3; \frac{1}{2})$ et $\overrightarrow{JM}(\frac{6}{7}; \frac{1}{7})$;

donc $\overrightarrow{JK} = \frac{7}{2}\overrightarrow{JM}$ et les trois droites sont concourantes.

98 $I(t; 0), J(0; 1-t)$ et $K(-t; 1+t)$.

Donc $\overrightarrow{IJ}(-t; 1-t)$ et $\overrightarrow{IK}(-2t; 1+t)$.

Les points I, J, K sont alignés si et seulement si

$-t(1+t) + 2t(1-t) = 0$ soit :

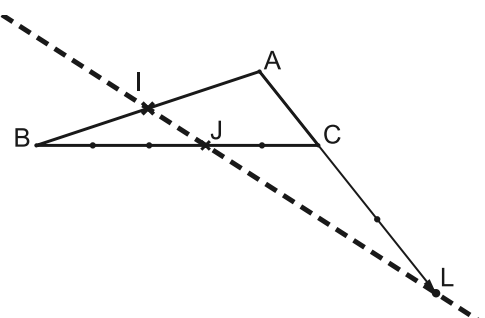
$-3t^2 + t = 0$ ou $t(1-3t) = 0$. Or $t \neq 0$, donc $t = \frac{1}{3}$.

99 1. Ces lignes ont pour but d'éliminer le cas où
 l'utilisateur a saisi les coordonnées de deux points
 confondus.

```
2. 20 a PREND_LA_VALEUR yN-yM
    21 b PREND_LA_VALEUR xM-xN
    22 c PREND_LA_VALEUR xN*yM-xM*yN
```

3. L'équation proposée par le logiciel est $2x + 3y - 9 = 0$.

100 1.



2. a) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{BI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

En effet : $2\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC}$ car $3\overrightarrow{LA} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{LA}$,

donc $\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AC}$;

d'où $\overrightarrow{IL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC}$.

b) Il en résulte que $\overrightarrow{IL} = 5\overrightarrow{IJ}$ et les points I, J, L sont alignés.