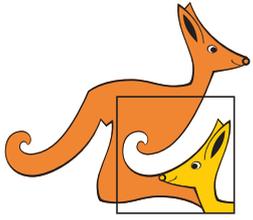


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



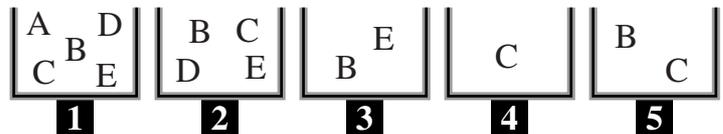
L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de quatre millions de participants dans le monde.

**Mars 2008 – Durée : 50 minutes**

**Épreuve Juniors, sujet J**

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
  - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
  - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes consécutives depuis la première question).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau : [2<sup>de</sup>], [1<sup>re</sup>S], [1<sup>re</sup> non S] et [T<sup>ale</sup> non S] des lycées d'enseignement général et technologique et les [1<sup>re</sup> Bac pro] et [T<sup>ale</sup> Bac pro].

**1** On a mis des lettres A, B, C, D et E dans cinq boîtes numérotées de 1 à 5 comme le montre la figure ci-contre.



Roxane veut qu'il ne reste dans

chaque boîte qu'une seule lettre et que chaque boîte contienne une lettre différente. Elle va donc retirer certaines lettres de certaines boîtes. Après ces retraits, quelle lettre contiendra la boîte numéro 2 ?

- A) A                      B) B                      C) C                      D) D                      E) E

**2** Frank et Gabriel courent 200 mètres. Gabriel a mis une demi-minute, tandis que Frank a mis un centième d'heure. Qui a été le plus rapide ? Et de combien de secondes ?

- A) Gabriel, de 36 secondes      B) Frank, de 24 secondes      C) Gabriel, de 6 secondes  
D) Frank, de 4 secondes      E) ils ont mis le même temps

**3** Voici 5 nombres :

$$v = 2 - (-4), \quad w = (-2) \times (-3), \quad x = 2 - 8, \quad y = 0 - (-6) \quad \text{et} \quad z = \frac{-12}{-2}.$$

Combien sont égaux à 6 ?

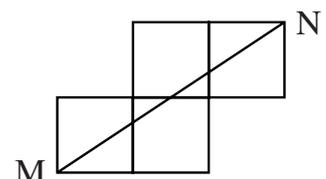
- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) 5

**4** Le prof de langue note de 0 à 5. À mon premier contrôle, j'ai eu 1. Si je travaille dur et que je n'obtiens maintenant que des 5, combien de nouveaux contrôles devrai-je faire pour que ma moyenne soit 4 ?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

**5** Sur la figure ci-contre, combien mesure le segment [MN] si chaque côté des quatre carrés mesure 1 ?

- A) 5      B)  $\sqrt{13}$       C)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$       D)  $\sqrt{5}$       E) 3



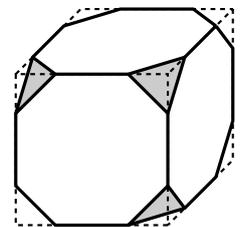
- 6** Combien, au minimum, faut-il enlever de lettres au mot KANGOUROU, pour que la suite de lettres restantes soit dans l'ordre alphabétique ?  
 A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

- 7** Chacune des lettres K, O et W, représente un chiffre différent. Pour que l'addition soit juste, quelle doit être la valeur de K ?  
 A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 8                      E) 9

$$\begin{array}{r} \text{O K} \\ + \text{K O} \\ \hline \text{W O W} \end{array}$$

- 8** Tom et Jerry ont deux rectangles de papier identiques. Tom coupe le sien parallèlement à la longueur et Jerry coupe le sien parallèlement à la largeur. Tom obtient deux morceaux de même périmètre 50 cm. Et Jerry obtient deux morceaux de même périmètre 40 cm. Quel était le périmètre des rectangles de départ ?  
 A) 40 cm                      B) 50 cm                      C) 60 cm                      D) 80 cm                      E) 90 cm

- 9** Tous les coins d'un cube sont coupés comme le montre la figure ci-contre (on ôte à chaque sommet un petit tétraèdre de côtés inférieurs au demi-côté du cube). Combien d'arêtes possède le solide ainsi obtenu ?  
 A) 26                      B) 30                      C) 36                      D) 40                      E) 48



- 10** Nicolas a écrit 2008 sur le front de Basile. Basile fait le poirier (tête en bas, pieds en haut) devant un grand miroir. Que voit alors Nicolas qui se trouve, normalement debout, derrière Basile ?  
 A) 2008                      B) 5008                      C) 8002                      D) 8005                      E) 2005

- 11** Une boîte contient sept cartes. Chacun des nombres de 1 à 7 est écrit sur une carte (un seul nombre sur chaque carte). Le kangourou prend au hasard 3 cartes dans la boîte ; puis le singe en prend 2 et il en reste donc 2 dans la boîte. Alors le kangourou regarde ses cartes et, sûr de lui, dit au singe : « Je sais que la somme des nombres écrits sur tes cartes est un nombre pair. » Quelle est donc la somme des nombres écrits sur les cartes prises par le kangourou ?  
 A) 10                      B) 12                      C) 6                      D) 9                      E) 15

- 12** Une face d'un cube a été coupée le long de ses diagonales (comme montré sur la figure ci-contre). Parmi les formes suivantes, lesquelles ne permettent pas de construire ce cube par pliage ?



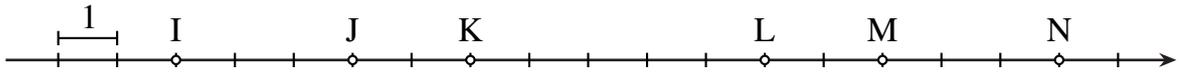
1      2      3      4      5

A) 1 et 3                      B) 1 et 5                      C) 3 et 4                      D) 3 et 5                      E) 2 et 4

- 13** Les 7 nains sont nés le même jour de l'année mais 7 années consécutives. Aujourd'hui, la somme des âges des 3 plus jeunes vaut 342 ans. Quelle est la somme des âges des 3 plus vieux ?  
 A) 351                      B) 354                      C) 357                      D) 360                      E) 363

- 14** On écrit le nombre de 1000 chiffres constitué des mêmes quatre chiffres répétés : 20082008... ..2008. Combien de chiffres peut-on, au plus, supprimer pour que la somme des chiffres restants soit égale à 2008 ?  
 A) 564                      B) 497                      C) 500                      D) 601                      E) 746

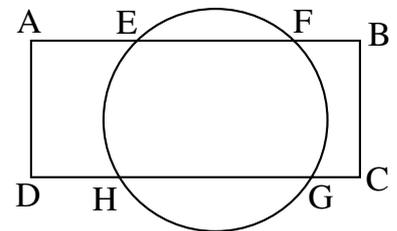
- 15** Six points I, J, K, L, M et N, d'abscisses entières, sont marqués sur une droite graduée tels que le montre la figure ci-dessous. On sait qu'au moins 2 d'entre eux ont une abscisse divisible par 3 et au moins 2 d'entre eux ont une abscisse divisible par 5. Quels sont les points dont les abscisses sont divisibles par 15 ?



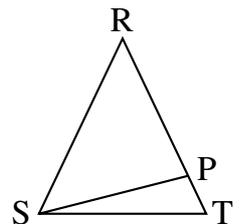
- A) I et N                      B) J et L                      C) K et M                      D) les 6                      E) aucun

- 16** Cendrine a 10 cartes. Sur chacune est écrit un nombre différent parmi les 10 nombres : 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68. Combien doit-elle choisir de cartes, au minimum, pour que la somme des nombres écrits sur ces cartes soit 100 ?  
 A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

- 17** Soit un rectangle ABCD coupé par un cercle aux points E, F, G et H comme le montre la figure.  $AE = 4$  cm ;  $EF = 5$  cm et  $DH = 3$  cm. Combien vaut la longueur HG ?  
 A) 6 cm                      B) 7 cm                      C)  $\frac{20}{3}$  cm  
 D) 8 cm                      E) plusieurs valeurs sont possibles



- 18** RST est un triangle isocèle en R et P un point de [RT]. Si l'angle  $\widehat{SPT}$  vaut  $120^\circ$  et l'angle  $\widehat{RSP}$  vaut  $50^\circ$ , combien vaut alors l'angle  $\widehat{PST}$  ?  
 A)  $5^\circ$                       B)  $10^\circ$                       C)  $15^\circ$   
 D)  $20^\circ$                       E)  $25^\circ$

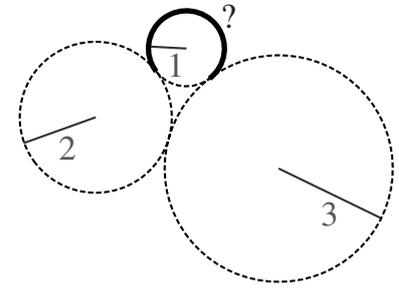


- 19** On considère les nombres à 6 chiffres dont chacun des 4 derniers chiffres est égal à la somme des 2 chiffres le précédant. Par exemple, le chiffre des unités est la somme du chiffre des dizaines et de celui des centaines. Combien y a-t-il de tels nombres à 6 chiffres ?  
 A) aucun                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) 6

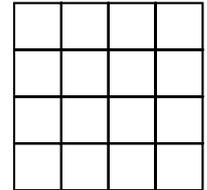
- 20** Un cube en bois a 3 faces de couleur rouge et 3 faces de couleur bleue. On découpe ce cube en  $3 \times 3 \times 3$  petits cubes tous de même taille. Parmi les 27 petits cubes ainsi obtenus, combien ont au moins une face rouge et une face bleue ?  
 A) 12      B) 14      C) 15      D) 16      E) cela dépend du coloriage initial du grand cube

- 21** On note  $n!$  le produit des entiers de 1 jusqu'à  $n$ . Autrement dit :  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ . Si  $p! = 2^{15} \times 3^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13$ , combien vaut  $p$  ?  
 A) 13                      B) 14                      C) 15                      D) 16                      E) 17

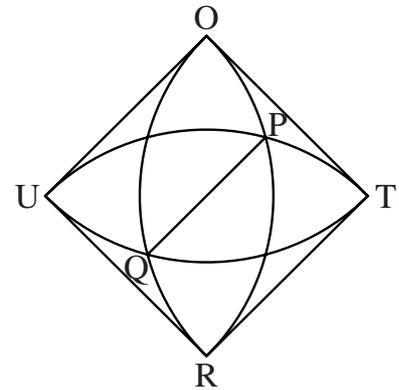
- 22** Trois cercles de rayons respectifs 1, 2 et 3 sont tangents comme le montre la figure ci-contre. Combien vaut la longueur de l'arc de petit cercle en gras sur la figure ?
- A)  $\frac{5\pi}{4}$                       B)  $\frac{5\pi}{3}$                       C)  $\frac{\pi}{2}$   
 D)  $\frac{3\pi}{2}$                       E)  $\frac{2\pi}{3}$



- 23** Soit un carré de 4 sur 4, divisé en 16 carrés comme le montre la figure. Quel nombre maximal de diagonales de petits carrés peut-on dessiner sans que 2 diagonales aient un point commun (pas même leurs extrémités) ?
- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

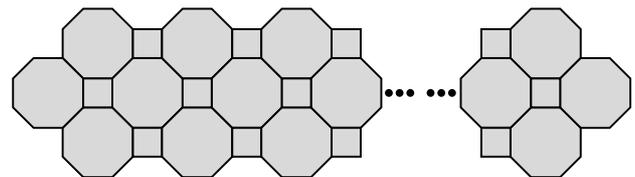


- 24** Soit TOUR un carré de côté 1. On trace, comme le montre la figure, les quarts de cercles de centres T, O, U et R. Combien vaut PQ ?
- A)  $2 - \sqrt{2}$                       B)  $\frac{3}{4}$   
 C)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$                       D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 E)  $\sqrt{3} - 1$



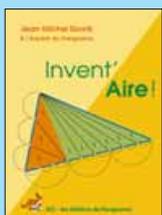
*Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.*

- 25** Combien y a-t-il de nombres de 2008 chiffres, tels que chaque nombre formé de deux consécutifs de ses chiffres soit divisible par 17 ou par 23 ?
- 26** Les côtés des octogones réguliers et des carrés de ce beau vitrail sont des segments de plomb. Le vitrail contient 61 octogones. Combien de boîtes de 60 segments de plomb a-t-on dû acheter ?



© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.  
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

