Les coquillages sont souvent très joliment décorés. Cela peut aller de simples rayures ou lignes de points jusqu'à des fractales, en passant par de curieux arrangements irréguliers de triangles. Les mathématiciens ont abordé l'étude des coquillages par deux biais différents : les automates cellulaires et les équations aux dérivées partielles.

Les coquilles doivent accompagner la croissance de leur hôte, qui sinon s'y sentirait vite à l'étroit. Comme une coquille est une structure minérale, donc rigide, la façon la plus simple de l'agrandir est de construire plus de coquille. C'est aussi pour cela que les coquillages forment des spirales : ainsi, les nouveaux éléments se fixent solidement aux anciens.

Pour agrandir sa coquille, l'animal y dépose des minéraux sécrétés par le manteau, qui prolonge sa paroi corporelle. Ces minéraux sont de couleurs variées, ce qui crée des motifs. Il semble que les nouvelles couleurs soient liées, par une relation dynamique, à celles qui se trouvaient déjà au bord de la coquille. C'est ainsi que se forment des dessins réguliers.

Pour modéliser ce processus, Hans Meinhardt a utilisé des équations de réaction-diffusion, tout comme Turing pour les marques sur les pelages des animaux. Il a montré que ces équations peuvent rendre compte de la quasi-totalité des dessins sur les coquillages, y compris certaines imperfections. En fait, la plupart des motifs correspondent à des réactions chimiques très simples. À certains endroits du bord de la coquille, les réactions sont rapides, ce qui ralentit celles qui ont lieu aux alentours. Renforcement ici, atténuation plus loin : voilà la recette des beaux dessins.

On trouve des rayures, des taches, et des motifs chaotiques ressemblant beaucoup à des fractales. Ainsi, la volute impériale arbore un motif très proche de la fractale appelée « triangle de Sierpinski ».

On peut également modéliser les motifs des coquillages à l'aide d'un automate cellulaire. Cela ressemble à un jeu vidéo élémentaire. Imaginez une ligne de « cellules » – des petits carrés tout simples. Chacun est d'une certaine couleur, choisie dans une liste bien précise, par exemple rouge, bleu et jaune. À chaque battement d'une horloge, les couleurs doivent changer conformément à certaines règles. Par exemple, une cellule rouge entre deux bleues doit devenir jaune. En disposant les lignes les unes derrière les autres comme les plans successifs d'un film, on utilise une deuxième dimension de l'espace pour représenter le passage du temps. Et les dessins qui se forment ainsi sont très proches de ceux qui ornent les coquillages.

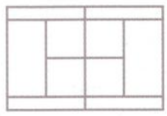
OCTOBRE

2015

LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI

1

Combien la figure compte-t-elle de rectangles ?

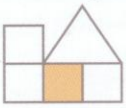


2

On a un contenant cubique de 30 cm de côté. Si on y verse $14{,}4$ litres d'eau, à quelle hauteur montera l'eau ?

5

La figure est formée de quatre carrés superposables et d'un triangle équilatéral. Si le périmètre de la figure est de 30 m, quelle est l'aire de la région coloriée ?

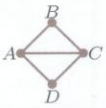


6

La division de 80 par un entier positif n donne un reste égal à 4. Quel reste obtiendrait-on pour la division de 155 par n ?

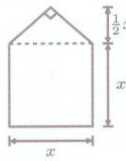
7

Les 4 points représentent des maisons et les segments des rues. Daniel souhaite trouver un chemin qui commence dans une maison et qui passe par toutes les rues une seule fois. De combien de maisons différentes peut-il partir ?



8

Découper la figure en trois parties qui peuvent se réassembler en un rectangle.



9

À partir d'un carré de côté 4 cm, on forme un deuxième carré reliant les milieux des côtés du premier. Si nous continuons ce procédé, quelle sera la longueur du côté du treizième carré ?

12

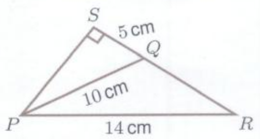
Si 2^{2015} a m chiffres et que 5^{2015} en a n, déterminer la valeur de $m + n$.

13

Paul doit donner 10 euros à Marc et dispose pour ce faire de pièces de 1, 2 et 5 euros en quantité suffisante. De combien de façons peut-il procéder ?

14

On trace le segment $[PS]$ perpendiculaire à la droite (RQ). Quel est le périmètre du triangle QPR ?



15

On remarque que $3^2 + 4^2 = 5^2$, que $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$ et que $3^2 + 4^2 + 12^2 + 84^2 = 85^2$. Déterminer la plus petite valeur possible de $x + y$ si x et y sont des entiers strictement positifs tels que $3^2 + 4^2 + 12^2 + 84^2 + x^2 = y^2$.

16

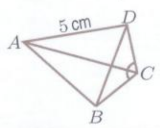
Trouver tous les triplets d'entiers strictement positifs (x, y, z) tels que $xyz + xy + +yz + zx + x + y + z = 243$.

19

Quel est le plus grand entier n qui vérifie $\frac{2n}{5} < \frac{19}{3}$?

20

Dans le quadrilatère $ABCD$, $AC = BC + CD$. L'angle $\widehat{BCD}$ mesure $120°$ et sa bissectrice est AC. Déterminer la longueur BD.



21

Une boîte contient quatre pièces : trois d'entre elles sont normales mais la quatrième contient deux côtés face. Alexis choisit une pièce au hasard dans la boîte et joue à pile ou face avec. Quelle est la probabilité d'obtenir face ?

22

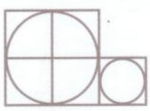
Si l'on sait que $x^2 + x - 3 = 5$, déterminer la valeur de $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x + 5$.

23

Combien de couples (x, y) de nombres réels satisfont l'équation $(x - y^2)^2 + (x - y - 2)^2 = 0$?

26

Chaque petit carré mesure 2 cm $\times$ 2 cm. Si nous choisissons deux points, un sur chaque cercle, quelle est la distance minimale entre deux tels points ?



27

On dispose de deux pistes de courses carrées, dont les côtés mesurent 150 m et 100 m, respectivement. On souhaite courir un certain nombre de tours complets sur la première piste et un certain nombre de tours complets sur la seconde, de façon à courir un total de $5{,}4$ km. Quel est le nombre maximal de tours que l'on pourra faire ?

28

Entre 1 et $6\,000$, combien de multiples de 2 ne sont pas multiples de 3 ?

29

Si le périmètre d'un rectangle est $16a + 18b$ et que sa largeur est $2a + 6b$, quelle est sa longueur ?

30

Quel est le chiffre des unités de $3^{17} + 7^{13}$?

Textes : Etienne Ghys
Illustrations : Jos Leys