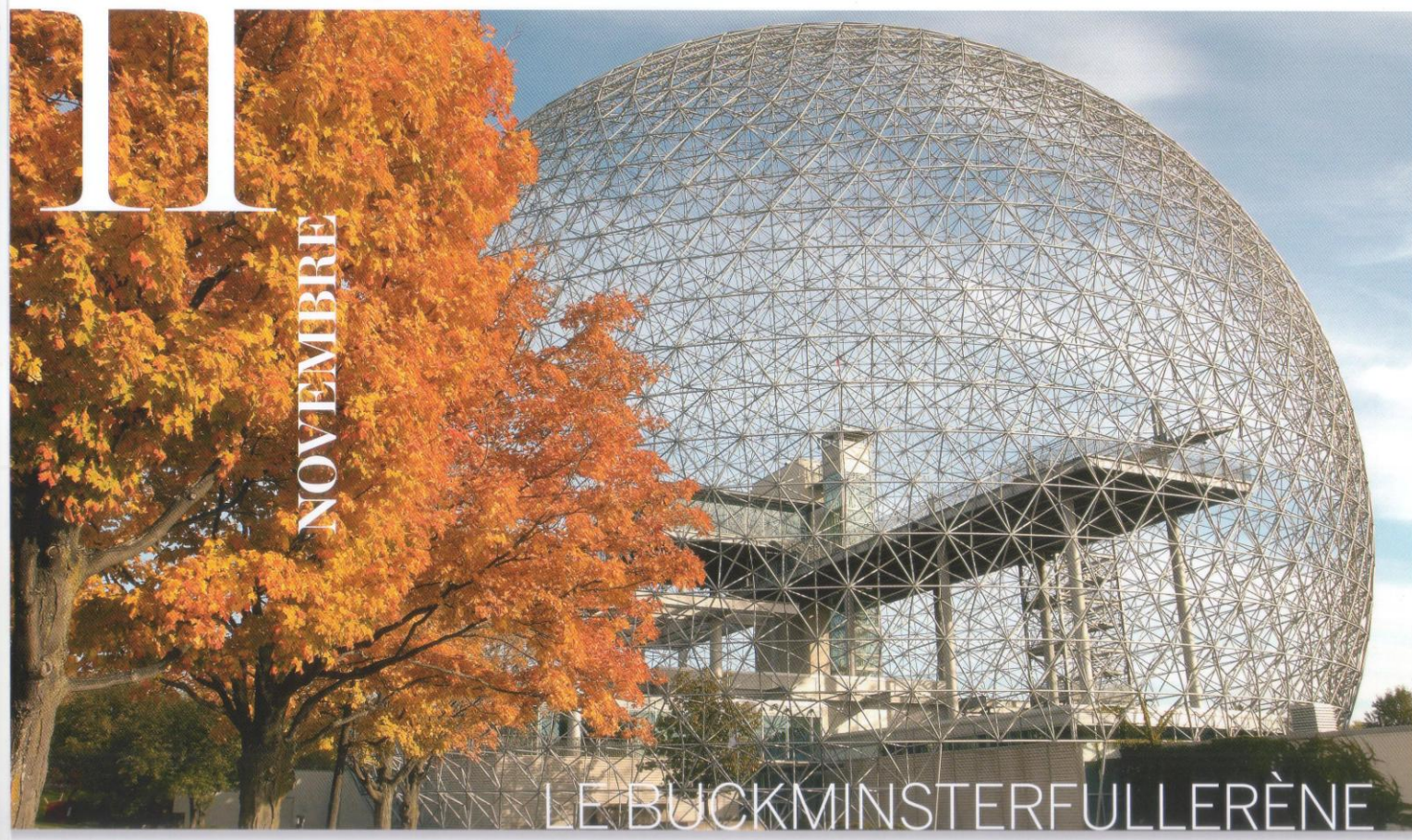




Le carbone est un élément étonnant : il peut former de très grosses molécules grâce aux liens qu'il établit avec ses propres atomes ou ceux de nombreuses autres substances. C'est grâce à cette propriété du carbone que se forment les molécules complexes, telles que l'ADN ou les protéines, briques de base des êtres vivants sur Terre. On trouve du carbone à l'état naturel sous deux formes cristallines bien différentes : le graphite et le diamant. La différence vient de la façon dont sont disposés les atomes au sein de la structure cristalline.

En 1985, le chimiste Harold Kroto et son équipe synthétisèrent du carbone sous une nouvelle forme : une seule molécule faite de soixante atomes. Comme elle ressemblait à un « dôme géodésique » de l'architecte Buckminster Fuller, ils la baptisèrent buckminsterfullerène, et elle ouvrit la voie à un nouveau domaine de la chimie.

Dans cette molécule, les atomes sont les sommets d'un célèbre solide, l'icosaèdre tronqué. Les Grecs de l'Antiquité

ont démontré qu'il existe exactement cinq solides réguliers – des polyèdres dont les faces sont des polygones réguliers, tous égaux et disposés de la même façon à chaque sommet. Il s'agit du tétraèdre, avec quatre faces triangulaires, du cube avec six faces carrées, de l'octaèdre avec huit faces triangulaires, du dodécaèdre avec douze faces pentagonales et de l'icosaèdre avec vingt faces triangulaires.

On peut créer des solides plus complexes en « tronquant » ces cinq polyèdres – en coupant leurs coins de façon symétrique. Par exemple, si l'on tronque un icosaèdre on obtient un solide fait de 12 faces pentagonales et 20 faces hexagonales, solide que connaissaient Léonard de Vinci et Albrecht Dürer. Il a 60 sommets, qui correspondent aux 60 atomes de carbone du buckminsterfullerène. C'est aussi la forme, en général, des ballons de football.

Pour obtenir le buckminsterfullerène, Kroto et son équipe firent évaporer du graphite grâce à un laser. La même

méthode permit de produire d'autres molécules de carbone, dont l'une possède 70 atomes. On les appelle les fullerènes. Une forme gazeuse de buckminsterfullerène fut détectée dans l'espace en 2010 par la NASA, qui en 2012 identifia également sa forme solide.

La configuration polyédrique du buckminsterfullerène le rend étonnamment stable : sa structure subsiste même à des températures et des pressions élevées. C'est un supraconducteur : il n'oppose pratiquement aucune résistance au passage d'un courant électrique, jusqu'à des températures aussi « hautes » que 18 K ; en y ajoutant d'autres éléments on peut aller jusqu'à 38 K.

Malgré des débuts prometteurs, le buckminsterfullerène n'a encore donné lieu à aucune application commerciale, même si on l'utilise un peu en médecine. Mais son élégante structure mathématique continue d'intriguer chimistes, physiciens et mathématiciens...

NOVEMBRE

2015

LUNDI

MARDI

MERCREDI

JEUDI

VENDREDI

2

Déterminer le plus petit entier positif n qui ne divise pas 91! (où $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$).

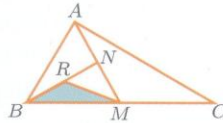
3

Trouver tous les nombres strictement positifs x qui satisfont l'équation

$$\sqrt{x^x} = x^{\sqrt{x}}.$$

4

Soit M le milieu de $[BC]$, N le milieu de $[AM]$ et R le milieu de $[BN]$. Si l'aire du triangle ABC est $2\,000\text{ cm}^2$, quelle est l'aire de BMR ?



5

Combien de fractions irréductibles de la forme $\frac{a}{b}$ et strictement inférieures à 1 peut-on former avec a et b deux chiffres distincts de 0?

6

Si les arcs de cercle sont centrés aux sommets du carré et si les côtés de celui-ci mesurent $4\sqrt{2}\text{ cm}$, quelle est l'aire coloriée?



9

Un nombre à cinq chiffres $36aa3$ est multiple de 7. Calculer la somme de toutes les valeurs possibles pour le chiffre a .

10

Est-il possible de placer un nombre dans chaque case de la grille de façon que la somme des nombres dans chaque colonne, chaque ligne et les deux diagonales soit la même?

	-3	20
2		

11

Si $2\,525 = a^b \times c$, où a , b et c sont des nombres premiers, déterminer la valeur de

$$\frac{a+b+c}{b}.$$

12

Hélène pense à un nombre strictement positif inférieur à 1 000 qui est égal à 11 fois la somme de ses chiffres. Quel est le nombre d'Hélène?

13

En augmentant de la même proportion les longueurs des côtés d'un carré, son aire a augmenté de 96%. De quelle proportion a-t-on augmenté les côtés?

16

Dans le tableau, la somme des nombres sur chacune des diagonales vaut 15. Dans un tableau semblable avec les nombres de 1 à 64, quelle est la somme sur chacune des diagonales?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

17

Lors d'une réunion de mathématiciens, l'un d'eux dit aux autres : « Nous sommes neuf de moins que le double du produit des chiffres de notre nombre. » Quel est le nombre minimal de mathématiciens qui doivent se joindre à la réunion pour que leur nombre soit un carré parfait?

18

Soient $ABCD$ un carré et M le point du côté $[CD]$ tel que $CM = 2MD$. Soit F le point d'intersection de $[AC]$ et $[BM]$, N le point d'intersection de $[BC]$ et du prolongement de $[DF]$.

Calculer le rapport $\frac{BN}{NC}$.

19

En échangeant les chiffres des unités et des dizaines, les résultats des multiplications suivantes ne changent pas :

$$12 \times 42 = 21 \times 24 = 504$$

$$24 \times 84 = 42 \times 48 = 2\,016.$$

Est-il possible de trouver trois autres multiplications ayant cette propriété.

20

Diviser le carré en 4 parties ayant la même forme et contenant chacune 3 points.

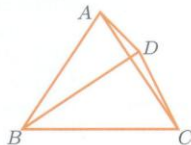


23

Deux nombres distincts a et b sont tels que la différence avec leur inverse vaut 1. Combien vaut $a + b$?

24

Si $AB = AC = BD$ et BD est perpendiculaire à AC , combien vaut $\angle BCA + \angle BDA$?



25

On considère les 120 nombres à quatre chiffres distincts formés uniquement à l'aide des chiffres 1, 2, 3, 4 et 5. La somme de ces 120 nombres donne un résultat S . Calculer la somme des chiffres de S .

26

Pour la première figure on a besoin de 4 bâtonnets, pour la seconde de 10 et pour la troisième de 18. Combien de bâtonnets sont nécessaires pour construire la trentième figure de la suite?



27

La somme des longueurs des douze arêtes d'une cage parallélépipédique est 48 cm et la distance entre deux sommets opposés est 10 cm. Quelle est l'aire totale de la surface de la cage?

30

Quel est le nombre manquant?

2				
1	4			
		30		
5	7			3 632
			121	
3				